

Mathissime

Une exposition produite par Cap Sciences, le C.C.S.T.I. de la région Aquitaine,

du 9 juillet au 16 novembre 2013

« Mais ça sert à quoi ?!!! » Pour la grande majorité d'entre nous, les mathématiques se résument aux théorèmes abstraits sur lesquels nous avons planché à l'école, et que nous n'avons jamais réutilisés dans notre « vraie vie ».

Pourtant, les mathématiques façonnent entièrement notre environnement, et nos civilisations modernes avancent à grands coups d'applications de théorèmes et d'utilisations d'algorithmes.

Pour contrecarrer cette idée reçue, l'exposition **Mathissime** vous propose donc de redécouvrir cette discipline, tout en vous amusant ! En complément, le Journal de l'exposition vous donne quelques clefs de compréhension en retraçant l'histoire de cette science, de ses origines à aujourd'hui.

La naissance des mathématiques

À la fin de la Préhistoire, l'Homme invente les nombres, et avec eux les mathématiques. Mais à cette époque, le savoir mathématique est essentiellement utilitaire : il sert surtout à résoudre des problèmes du quotidien.

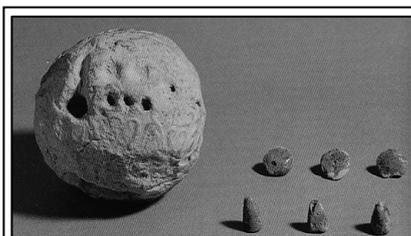
L'invention des nombres

Nés du besoin de compter et de quantifier avec précision, les entiers naturels, comme 1, 2, 3, ... 10, ... 25, etc., font leur apparition à la fin de

la Préhistoire, il y a environ 6 000 ans, au Moyen-Orient.

Là-bas, les Hommes découvrent l'agriculture et l'élevage et se sédentarisent. Peu à peu, des échanges se mettent en place. Dès lors, les marchands doivent se rappeler avec précision quels biens ils possèdent, combien ils en vendent, combien ils en achètent... Ils commencent donc à tenir des comptes, et passent de la simple quantité à des nombres plus précis.

Ainsi, pour laisser une trace de leurs différentes transactions, les Sumériens (VI^e – III^e millénaire avant J.-C.) commencent à attribuer différentes valeurs à de petits objets en argile, les calculi : un petit cône d'argile vaut 1, une petite bille 10, etc. Lors d'un échange, les calculi, symbolisant les quantités de biens concernés, sont enfermés dans une bulle d'argile.



Les calculi sumériens

La bulle servait en quelque sorte de contrat. En cas de litige, elle était cassée pour contrôler le nombre de calculi.

Avec l'intensification des échanges et le développement du commerce, ces outils rudimentaires de comptabilité se transforment. Bientôt, pour pouvoir réaliser des

contrôles intermédiaires sans casser la bulle, les Sumériens notent son contenu sur le dessus de celle-ci. Les calculi n'ont dès lors plus grande utilité... Vers la fin du IV^e millénaire, ils disparaissent donc et les bulles s'aplatissent pour devenir des tablettes d'argile sur lesquelles sont inscrites la nature et la quantité des biens. Autrement dit, c'est avec le développement de la comptabilité et de la représentation des nombres que naît l'écriture.

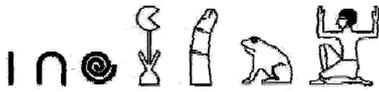


L'invention de l'écriture

La bulle « s'aplatit » et devient une tablette sur laquelle sont gravés des pictogrammes représentant la nature de la marchandise : céréales, animaux, etc. et leur quantité. L'écriture est née.

Écrire les nombres

Avec l'apparition de l'écriture et le développement de différents alphabets, diverses numérations écrites se mettent en place. Babyloniens, Égyptiens, Mayas, etc., chaque civilisation invente des symboles pour représenter les nombres. Ces symboles s'appellent des chiffres. Comme les lettres de l'alphabet permettent de former des mots, ils permettent de former les nombres.



Les chiffres égyptiens

Chez les Égyptiens, 7 hiéroglyphes représentent chacun une puissance de 10 (1, 10, 100, 1 000, etc.). Les nombres sont représentés en accumulant ces hiéroglyphes : 9 999 s'écrit ainsi avec 36 chiffres !



Les chiffres babyloniens

Chez les Babyloniens, deux chiffres suffisent à représenter la totalité des nombres ! Leur valeur dépend de leur position dans le nombre. Mais ce système est ambigu, et deux nombres peuvent s'écrire de la même façon.

La numération de position à 10 chiffres que nous utilisons aujourd'hui est quant à elle un héritage de la civilisation indienne. Elle est en effet apparue en Inde au V^e siècle, avant de se propager dans le monde arabe, puis de pénétrer au XII^e s. dans l'Occident chrétien. Elle est aujourd'hui utilisée par tous les peuples du monde.

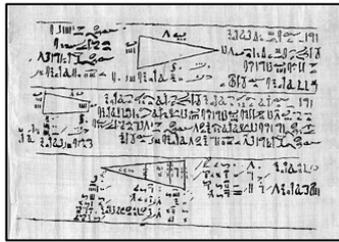
Des mathématiques utilitaires

Avec leur système de numération, ces civilisations développent également un savoir mathématique significatif.

Ainsi, dès cette époque, les Babyloniens, les Égyptiens, les Indiens ou encore les Chinois n'ont pas à rougir de leurs compétences en mathématiques. Les scribes babyloniens, par exemple, disposent de tables de multiplication et de conversion entre différentes unités, et savent également calculer l'aire d'un triangle-rectangle ou d'un cercle. Cependant, ce savoir est plutôt assimilable à un savoir-faire.

En effet, il ne s'agit pas encore de raisonnements théoriques, mais davantage de procédés, de recettes parfois approximatives, fournies sans justification et liées à des problèmes pratiques : comptabiliser les impôts, les salaires et les récoltes, déterminer la superficie des champs, effectuer des conversions entre des systèmes de mesure différents ou

encore résoudre des problèmes de partage.



Le papyrus de Rhind

En Égypte et en Mésopotamie, le savoir mathématique était détenu par les scribes. Ce célèbre papyrus a été écrit par le scribe Ahmès vers 1650 av. J.-C. Il contient des exercices d'apprentissage assez répétitifs sur des sujets très concrets comme le partage du pain.

Ainsi, si l'invention des nombres marque le début du savoir mathématique, c'est aux philosophes grecs que nous devons l'avènement d'une véritable discipline théorique.

L'apport des philosophes grecs

Avec l'essor de la civilisation grecque, à partir du VI^e s. av. J.-C., les mathématiques entrent dans une phase extrêmement féconde.

La naissance de la géométrie grecque

Les Grecs se sont particulièrement intéressés à la géométrie. Comme l'arithmétique, celle-ci avait commencé à se développer dès le deuxième millénaire avant J.-C., comme par exemple en Égypte ancienne où elle était utilisée pour retrouver les limites des champs après les crues du Nil.

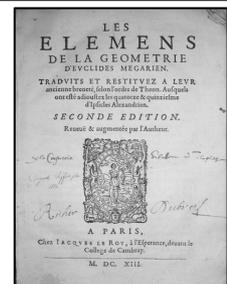
Mais avec les mathématiciens grecs, la géométrie se libère de cet aspect utilitaire. Ils en font une véritable science, avec des énoncés généraux plutôt que relatifs à tel ou tel cas particulier. Ils mettent au point les premières véritables démonstrations, raisonnements rigoureux sans lesquels les mathématiques d'aujourd'hui seraient inconcevables, et posent ainsi les premiers fondements solides de la discipline.

Quel a été le moteur de ces développements ? Aujourd'hui, la plupart des historiens mettent l'accent sur le contexte social, culturel et politique de la Grèce à cette époque. Une nouvelle société de citoyens relativement libres et souverains aurait, en donnant une place privilégiée à la discussion et au débat public, favorisé le développement de la pensée abstraite et argumentée, et des raisonnements rigoureux.

Un modèle de rigueur mathématique

Les débuts des mathématiques grecques restent cependant assez obscurs, et la tradition retient surtout deux hommes, Thalès de Milet (v. 625-547 av. J.-C.) et Pythagore de Samos (v. 580-495 av. J.-C.). Ces deux mathématiciens auraient mis la géométrie théorique sur les rails en effectuant les premières démonstrations de l'histoire. Si ces personnages quasi-mythiques ont bien existé, ils n'ont laissé aucune œuvre écrite. Ce que l'on croit savoir d'eux reste donc sujet à caution.

Le personnage d'Euclide (III^e ou IV^e s. av. J.-C.) n'est pas mieux connu. On sait seulement qu'il enseignait à Alexandrie, qui est à l'époque le centre de la culture scientifique en Méditerranée. Par contre, ses travaux lui ont survécu. Ouvrage à succès qui a traversé deux millénaires et connu de multiples copies et rééditions, ses *Éléments* sont un manuel en treize livres, où sont fédérées la plupart des connaissances mathématiques de l'époque, en géométrie et en arithmétique.



Édition de 1613

Les thèmes de cet ouvrage restent aujourd'hui encore à la base de l'enseignement des mathématiques dans de nombreux pays.

Si Euclide n'y a pas ajouté beaucoup de nouveaux résultats, il a remarquablement organisé, synthétisé et présenté le savoir acquis depuis deux siècles. Surtout, il codifie les règles de la démonstration : les connaissances mathématiques se déclinent en un enchaînement logique implacable, où l'on distingue plusieurs niveaux. Ce manuel représente aujourd'hui encore un modèle de rigueur mathématique et ont fortement inspiré la construction de l'édifice mathématique moderne.

Les mathématiques aujourd'hui

Les mathématiques actuelles reposent sur les bases que nous ont léguées les anciens Grecs. Et contrairement aux idées reçues, elles ne sont pas figées et trouvent une multitude d'applications !

L'édifice mathématique

Du point de vue de son fonctionnement logique, l'édifice mathématique repose sur quelques notions fondamentales.

- Un **axiome** désigne une vérité indémontrable qui doit être admise.
- Un **théorème** est une proposition qui peut être mathématiquement démontrée, c'est-à-dire qui peut être établie comme vraie au travers d'une démonstration construite à partir d'axiomes. Une fois qu'un théorème est démontré, il peut alors être utilisé pour démontrer d'autres propositions.
- La **démonstration** constitue l'originalité de l'activité mathématique. Il ne suffit pas d'être convaincu d'une propriété, il faut en fournir une preuve en s'appuyant sur un ensemble de règles de déduction.
- Une **théorie** est un ensemble d'affirmations comprenant l'ensemble des axiomes de la théorie, appelé axiomatique, et l'ensemble des théorèmes démontrables à partir de ces axiomes.

Par exemple, la théorie des probabilités, l'étude mathématique des phénomènes caractérisés par le hasard et l'incertitude, repose sur trois axiomes à partir desquels tous ses théorèmes sont démontrables.

Quand les maths se perdent en conjectures

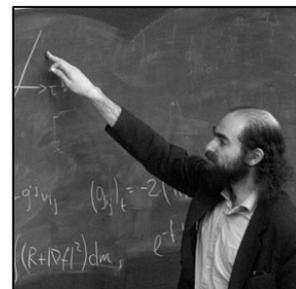
De l'enseignement classique de cette discipline, on acquiert trop souvent la conviction que les mathématiques sont figées, et qu'il ne reste plus rien à démontrer. Pourtant, le monde des mathématiques est envahi de problèmes en attente de solutions !

Lorsque les mathématiciens sont convaincus de la vérité d'une assertion, mais que personne n'est encore parvenu à la démontrer, cette assertion est qualifiée de conjecture. Certains de ces problèmes, résistant aux efforts faits pour les démontrer, deviennent célèbres. L'Institut Clay de mathématiques a ainsi dévoilé, le 24 mai 2000, une liste de problèmes du millénaire : sept énigmes non résolues, dont chacune est mise à prix à un million de dollars !

Quand une conjecture célèbre est résolue, elle peut faire la une des journaux, comme lorsque Grigori Perelman, un mathématicien russe, a annoncé en 2003 avoir résolu un des problèmes de la liste de l'Institut Clay. Il s'agit de la conjecture de Poincaré, parue dans un article de 1904, et qui a été pendant près d'un siècle le Graal d'une branche des mathématiques appelée topologie. Jusqu'alors, les nombreuses tentatives pour confirmer ou infirmer cette conjecture avaient toutes été infructueuses, même si elles avaient conduit à des développements importants des mathématiques.

En 1995, Georges Perelman disparaît pour 7 ans, puis refait parler de lui en publiant le 11 novembre 2002, sur Internet, un premier article complété par deux autres l'année suivante. Il y fait preuve d'une virtuosité technique et d'une inventivité extraordinaires afin de surmonter tous les obstacles. L'impact de ses travaux est considérable et ses méthodes donnent une impulsion nouvelle à

beaucoup d'autres questions. Les médias retiennent surtout qu'il a refusé les prix (la médaille Fields, la plus haute distinction en mathématiques, et le million de dollars offert par l'Institut Clay). Très rares sont ceux qui indiquent qu'il a transformé la topologie et la géométrie !



Georges Perelman

Après avoir décliné le prix de l'Institut Clay, Perelman a déclaré : *"Je sais comment gouverner l'Univers. Pourquoi devrais-je courir après un million ?!"*.

Bien évidemment, d'autres conjectures, parfois très anciennes, n'ont toujours pas trouvé de solutions. Mais alors même qu'elles résistent aux mathématiciens, ces énigmes jouent souvent un rôle fondamental, en inspirant des théories et des méthodes nouvelles, et en faisant ainsi progresser la recherche.

Des conjectures non résolues

L'arithmétique, la science des nombres, est l'une des disciplines mathématiques les plus difficiles. L'extrême simplicité des problèmes masque fréquemment l'extrême difficulté de leur résolution !

Beaucoup de ces problèmes ont trait aux nombres premiers, ces entiers naturels qui ne sont divisibles que par eux-mêmes et par un (2, 3, 5, 7 etc.).

La conjecture de Goldbach affirme ainsi que tout entier naturel pair supérieur à 2 est la somme de deux nombres premiers, comme par exemple $16 = 13 + 3$. Si aucun exemple ne contredit cette assertion, les mathématiciens n'ont toujours pas réussi à la prouver !

Quant à **la conjecture des nombres premiers jumeaux**, elle énonce qu'il existe une infinité de nombres premiers jumeaux, c'est-à-dire des nombres premiers dont la différence est égale à 2, comme par exemple 17 et 19 ou encore 29 et 31. Là encore, si les observations numériques justifient la conjecture, il n'en existe à l'heure actuelle aucune démonstration mathématique.

Mathématiques appliquées

Il ne faut cependant pas croire que la recherche en mathématiques n'aboutit qu'à des résultats abstraits. En effet, même si au premier abord des recherches semblent plus ou moins détachées du réel, il n'est pas rare qu'elles trouvent ensuite des utilités pratiques.

En fait, aujourd'hui, les différentes branches des mathématiques trouvent des applications dans tous les autres champs disciplinaires. Les probabilités se mettent au service de la finance pour fixer les prix des divers produits et évaluer les risques. La statistique offre des données qui constituent un point d'appui pour gouverner et gérer un État, et justifier les actions politiques. Les théorèmes les plus abstraits de l'arithmétique servent au codage de nos cartes bancaires. La topologie et l'étude des nœuds permettent de mieux comprendre l'activité biologique de la molécule d'ADN. Même en peinture et en musique, les mathématiques sont présentes !

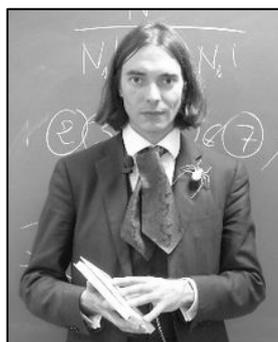
Or cet état de fait est en général totalement ignoré par la majorité des citoyens, pour qui les mathématiques ont souvent perdu leur sens et « ne servent à rien ». Un travail de communication et de sensibilisation est donc nécessaire pour mieux faire connaître le monde des mathématiques et de ses applications.

Polémologie : la science de la guerre

C'est le domaine d'application des sciences, et en particulier des mathématiques, qui pose les plus grands problèmes éthiques aux scientifiques. Certains mathématiciens ont cru pouvoir y échapper en effectuant des recherches « pures », sans aucune application possible. Mais il semble clair aujourd'hui que de telles mathématiques n'existent pas.

Le métier de mathématicien aujourd'hui

Ce développement des mathématiques a évidemment eu des répercussions sur le métier même de mathématicien. Jusque vers la fin du XIX^e s., les « géomètres », comme on les appelait jadis, étaient peu nombreux. En un peu plus d'un siècle, leurs rangs se sont considérablement renforcés, et ils ont connu une profonde mutation de leur discipline.



**Cédric Villani, mathématicien
français lauréat en 2010 de la
médaille Fields**

La représentation courante du mathématicien est souvent celle d'un être distrait, plongé dans ses calculs, devant une feuille remplie de chiffres et de symboles ésotériques. Une telle image réduit la réalité à une caricature.

Aujourd'hui, la diversité des mathématiciens reflète et illustre celle des mathématiques.

La grande nouveauté réside dans le fait que, de nos jours, même si la grande majorité des mathématiciens relève toujours du secteur académique (universités, grandes écoles et organismes de recherche), on les retrouve également dans de nombreux secteurs de l'industrie et des services. Sont notamment concernées les banques et assurances, qui vendent des produits reposant sur une construction mathématique, ou encore les entreprises de haute technologie, pour lesquelles l'étude des systèmes

complexes requiert une approche mathématique.

De plus, autrefois, les savants étaient assez isolés. Le développement des moyens de communication a complètement changé la donne et, aujourd'hui, le plus important pour un mathématicien réside dans ses capacités d'échange avec ses collègues. Publications, colloques, congrès, correspondances... Les échanges et les coopérations sont multiples, et permettent des progrès toujours croissants. Ainsi, il n'est pas rare qu'une découverte soit le fruit des travaux successifs de plusieurs mathématiciens.

Les mathématiques forment donc un monde riche et varié, sans cesse stimulé par le désir de son propre dépassement et par les nouveaux domaines que lui ouvre l'évolution des autres sciences et techniques.

*Nous espérons donc que l'exposition **Mathissime** sera pour vous l'occasion de désacraliser les mathématiques et pourquoi pas d'oublier les désagréables souvenirs que vous a peut-être laissés leur apprentissage scolaire. Vous pourrez ainsi les redécouvrir à travers le jeu et l'expérimentation, et (enfin !) prendre du plaisir à raisonner sur des concepts mathématiques.*

Mais au-delà, l'exposition vous permettra aussi de prendre conscience de la place fondamentale que cette science occupe dans notre vie quotidienne, contrairement à la croyance populaire qui veut qu'« elles ne servent à rien ! ».

Et qui sait, peut-être que chez nos plus jeunes visiteurs, elle suscitera également quelques vocations !

Document réalisé par l'équipe médiation de la Galerie Eurêka

Galerie Eurêka - C.C.S.T.I. de la Ville de Chambéry
Hôtel de Ville BP 11 105
73 011 CHAMBERY cedex
tel : 04-79-60-04-25

e-mail : galerie.eureka@ccsti-chambery.org
Site Internet : www.chambery.fr/galerie.eureka